EXERCICES DU CHAPITRE 25

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

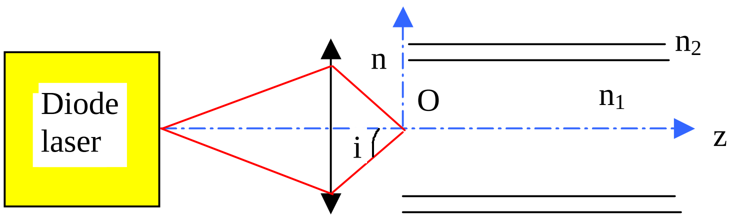
****

25.I. Équerre optique

Un miroir plan est une surface réfléchissante plane.
Soient deux miroirs plans faisant un angle de 45°. On considère un rayon incident subissant une réflexion sur chacun des miroirs. déterminer la déviation, c'est à dire l'angle que font les directions des rayons incident et émergent.

25.II. Transmission de la lumière par une fibre optique

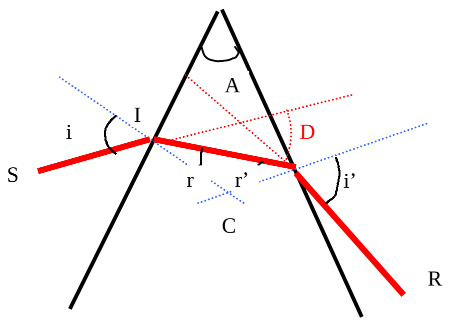
Une fibre optique est formée d'une âme en verre d'indice n1 = 1,66, entourée d'une gaine en verre d'indice n2 = 1,52.
a) Quelle est la valeur maximale im de l'angle d'incidence i pour laquelle la lumière est transmise le long de la fibre ?
On appelle ouverture numérique O. N. la quantité sin(im).



b) Une impulsion lumineuse arrive à t = 0 au point O sous la forme d'un faisceau conique convergent de demi-angle au sommet i avec i<< im .
Pour une fibre de longueur l, calculer l'élargissement temporel Δt de cette impulsion à la sortie de la fibre.
Δt représente le retard entre une impulsion qui pénètre sous un angle d'incidence i par rapport à une impulsion qui pénètre sous une incidence nulle.
Exprimer Δt en fonction de l, n, c et i;
A. N. l = 6 km, i = 8°.
c) Les impulsions sont émises par une diode laser qui les envoie à une fréquence f = 10 MHz. Pensez-vous que les impulsions qui parviennent à la sortie de la fibre sont reçues dans l'ordre ?

25.III. Étude du prisme

On appelle prisme un milieu transparent que nous supposerons homogène et isotrope d'indice n limité par deux dioptres plans non parallèles. On appelle arête du prisme la droite selon laquelle se coupent les deux dioptres et plan de section principale tout plan perpendiculaire à l'arête. Nous supposerons que le prisme est baigné par l'air d'indice 1. Un rayon SI est dans le plan de section principale;



a) Écrire les lois de Descartes en I et I'.
b) Calculer A en fonction de r et r'.
c) La déviation du prisme est l'angle D que fait I'R (lorsqu'il existe) avec SI. Calculer D en fonction de i, i', A.
d) Montrer que lorsque i varie D passe par un minimum Dm. exprimer alors n en fonction de A et Dm.

25.IV. Étude d'un doublet

On considère une lentille convergente L_1 suivie à une distance $d = 3a$ d'une lentille divergente L_2; Leur distance focale vaut respectivement $f'_1 = 2a$ et $f'_2 = -3a$;

a) Déterminer la position des foyers objet F et image F' de l'ensemble.
b) Dessiner le trajet d'un rayon lumineux issu de F. On appelle B le point d'intersection de la droite portant ce rayon incident et de la droite portant le rayon émergent du système correspondant. On appelle A le point de l'axe optique du système dans le plan de front passant par B. déterminer la position de A, puis celle de l'image A' de A donnée par l'ensemble des deux lentilles. B' étant l'image de B donnée par l'ensemble des deux lentilles, calculer le grandissement transversal Que constatez-vous ?

25.V. Télescope de Cassegrain

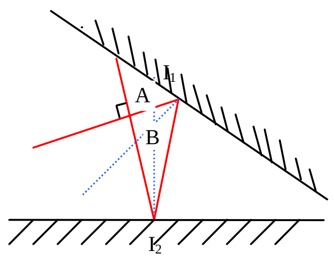
Un ensemble de deux miroirs sphériques coaxiaux, l'un concave, M_1 de distance focale $f_1 = 100$ cm, l'autre convexe, M_2, est disposée de telle sorte que l'image définitive du Soleil soit centrée en S_1 (sommet de M_1), son rayon est $r_2 = 2{,}5$ cm.

1°) Quelle serait le rayon $r_1$de l'image donnée par le miroir M_1 seul, sachant que le Soleil est vu sous un angle de 10^{-2} rad.

2°) L'image définitive étant réelle, indiquer sur un schéma les positions relatives des deux miroirs.(faire une construction du trajet des rayons lumineux)

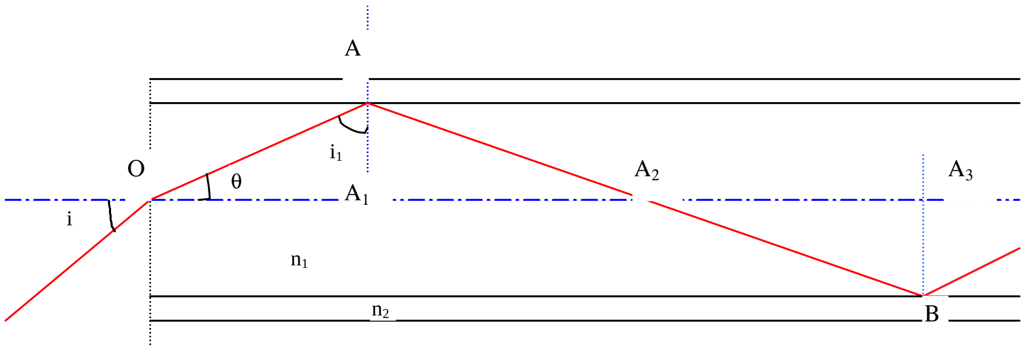
3°) Calculer la distance S_1 S_2 des deux sommets et la distance focale de M_2.

25.VI. Corrigé 25.I



Dans le triangle BI_1I_2 : $BI_1I_2 + BI_2I_1 = 45°$, propriétés dans le triangle : les normales étant perpendiculaires au miroir , elles font entre elles un angle de 45°.
De même dans le triangle AI_1I_2 : $180 - D = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 90°$
Avec $\alpha_1 = BI_1I_2$ et $\alpha_2 = BI_2I_1$

25.VII. Corrigé 25.II :



$\sin i = n_1 \sin\theta$

Pour qu'il y ait réflexion totale il faut que i_1 soit tel que $n_1 \sin i_1 > n_2$ or

$$\sin i_1 = \cos\theta \ \text{ et } \cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-\sin^2 i / n_1^{\,2}}$$

$$\text{comme } \sin i_1 > n_2 / n_1 \quad \Rightarrow 1 - \frac{\sin^2 i}{n_1^{\,2}} > \frac{n_2^{\,2}}{n_1^{\,2}} \text{ soit } \sin i < \sqrt{n_1^{\,2} - n_2^{\,2}}$$

$$i < \arcsin\sqrt{n_1^{\,2} - n_2^{\,2}} \text{ on trouve } i_m = 41{,}85°$$

$\sqrt{n_1^{\,2} - n_2^{\,2}}$ *s'appelle l'ouverture numérique*

Tous les rayons qui pénètrent dans la fibre sous un angle inférieur à i_m peuvent se propager. Il existe beaucoup de rayons d'inclinaison différente qui pourront se propager à priori.
A chaque angle d'incidence correspond un mode de propagation.
On distingue des fibres multimodes et des fibres monomodes.

b) sous incidence normale le temps de propagation est $t_1 = \dfrac{n_1 l}{c}$

sous une incidence i le temps de propagation est :

$$t_2 = \frac{n_1}{c}(OA + AB + BC + ...) or\ OA = \frac{OA_1}{\cos\theta} \quad AB = \frac{A_1A_3}{\cos\theta} \quad etc...$$

$$donc\ t_2 = \frac{n_1}{c}\frac{l}{\cos\theta} \quad or\ \sin\theta = \frac{\sin i}{n_1} \quad donc\ t_2 = \frac{n_1}{c}\frac{l}{\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n_1^{\ 2}}}}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{n_1 l}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n_1^{\ 2}}}} - 1\right) = 1{,}18.10^{-7}\ s$$

le temps entre deux impulsions est t = 10^{-7}s, risque de mélange entre deux impulsions

25.VIII. Corrigé 25.III

Dans le triangle ICI' les normales font entre elles un angle égal à 180 –A, donc
180-A+r+r'=180 donc A= r+r'
d'aute part D = i – r+ i' –r' =i + i' – A d'où dD= di +di' et dr + dr' = 0
au minimum de déviation dD /di = 0 avec, en différentiant les relations de Descartes,

$$\cos i\,di = n\cos r\,dr \quad n\cos r'\,dr' = \cos i'\,di' \text{ donc } di'/di = -\frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r} \text{ or}$$

$dD/di = 1 + di'/di$ donc dD /di = 0 $\Rightarrow \cos i' \cos r = \cos i \cos r'$ ceci n'est possible que si i= i' et r =r'=A/2 par conséquent

$$\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

25.IX. Corrigé 25.IV

F foyer objet du doublet

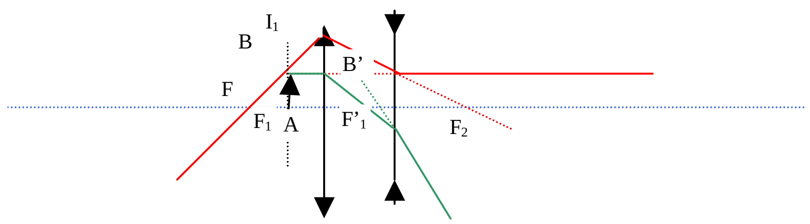
$F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$ F_2 est le conjugué de F par la lentille L_1 donc

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{f_1^{'}} \quad donc\ \overline{O_1F} = -3a$$

f' foyer image du doublet

$\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_2} F'$ F' est le conjugué de F'_1 par la lentille L_2 donc

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad donc\ \overline{O_2F'} = -3a/4$$



Un rayon issu de F est réfracté par la première lentille en passant par F_2 et ressort parallèle à l'axe optique.
Un rayon issu de B et parallèle à l'axe optique est réfracté par L_1 en passant par F'_1, il est ensuite réfracté par L_2 en passant par F', on trouve ainsi la position de B par intersection de la droite horizontale passant par B et celle passant par F'.
On constate que le grandissement est égal à 1

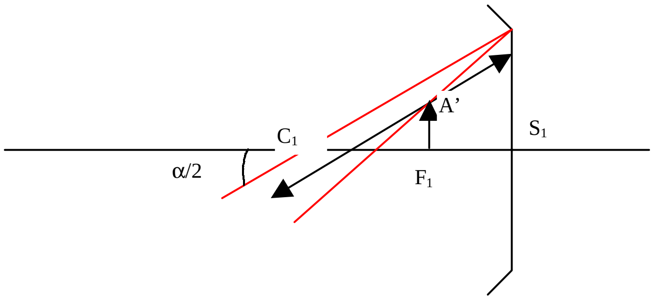
$$\frac{\overline{FA}}{\overline{FO_1}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{O_1I_1}}=\frac{\overline{O_2F_2}}{\overline{O_1F_2}} \Rightarrow \overline{FA}=\frac{3a}{2} \text{ or } \overline{O_1A}=\overline{O_1F}+\overline{FA}=-\frac{3a}{2}$$

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A' \text{ soit, en appliquant les relations de conjugaison avec origine au centre ,}$$

$$\text{on trouve : } \overline{O_1A_1}=-6a \text{ et } \overline{O_2A'}=-\frac{9a}{4}$$

$$\gamma_1=\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \quad \gamma_2=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}=\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \text{ or } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\gamma_1\gamma_2=1$$

25.X. Corrigé 25. V



Des rayons parallèles entre eux convergent en un point du plan focal , ce point est donné par le rayon passant par le centre qui est réfléchi sur lui même.

Soit donc $\alpha/2=\frac{F_1A'}{CF_1} \Rightarrow F_1A'=0{,}5cm$ *l'image du Soleil, par le miroir M_1 est un cercle de rayon r_1=0,5 cm. Cette image intermédiaire jouera le rôle d'objet virtuel pour M_2 qui en fera une image réelle sur M_1.*

$\infty \xrightarrow{M_1} F_1 \xrightarrow{M_2} S_1$ *soit, en utilisant les formules de conjugaison avec origine en S_2, sommet du miroir M_2 :*

$$\frac{1}{\overline{S_2S_1}}+\frac{1}{\overline{S_2F_1}}=\frac{2}{\overline{S_2C_2}} \text{ soit } a=\overline{S_2S_1} \text{ et } \overline{S_2C_2}=-R_2, \overline{S_1F_1}=-R_1/2$$

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{2a-R_1}=-\frac{2}{R_2} \text{ donc } R_2=\frac{2R_1a-4a^2}{4a-R_1} \text{ d'autre part } \gamma=\frac{r_2}{r_1}=-\frac{\overline{S_2S_1}}{\overline{S_2F_1}}=\frac{2a}{R_1-2a}$$

$$\text{donc } \quad 12a=5R_1 \; R_2=42cm \text{ et } a=83{,}3cm$$

 Odile BAYART